

Nom:

Prénom:

Note:

PARTIE A : Détermination expérimentale du paramètre τ

On étudie la tension de décharge d'un composant modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par la relation suivante :

$$f(x) = 10 \cdot e^{-x/\tau} \quad (\text{où } \tau \text{ est la constante de temps}).$$

Le signal doit respecter les contraintes physiques suivantes :

- À l'instant $x = 0$, la tension doit être de 10V, soit $f(0) = 10$.
- À l'instant $x = 2$, la pente de la tangente à la courbe doit être égale à $-1,84$.

1. Tracer la courbe de f pour différentes valeurs de τ .
2. Identifier la valeur de τ qui satisfait les contraintes données.

$\tau = 2$ satisfait les contraintes, car $f(0) = 10$ et $f'(2) = -1,84$.

PARTIE B : Étude du signal identifié

Utilisez maintenant la valeur trouvée ($\tau = 2$) pour analyser le comportement du signal $f(x) = 10 \cdot e^{-0,5x}$.

3. Tracer la courbe de f et observer son comportement.
4. Affichez la fonction dérivée f'
5. Déterminer le signe de f' et en déduire les variations de f .

$f'(x) = -5 \cdot e^{-0,5x}$, qui est toujours négatif pour $x \geq 0$.
Par conséquent, f est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.

x	0	$+\infty$
signe $f'(x)$	-	
var f	10	0

6. Placer un point $N(x_N; f(x_N))$ sur la courbe et observer la valeur de $f(x_N)$ pour différentes positions de N .
7. Déplacez le point N vers la droite (grandes valeurs de x) et observez la tendance de $f(x_N)$.
8. Conjecturez la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

Lorsque x tend vers $+\infty$, $f(x)$ tend vers 0, car la fonction exponentielle décroît rapidement. Cela signifie que la tension de décharge approche de 0V à mesure que le temps passe, ce qui est cohérent avec le comportement attendu d'un signal de décharge.

PARTIE C : Intégration et Valeur Moyenne

On souhaite évaluer la tension moyenne délivrée par le composant sur un intervalle $[a; b]$.

9. Créer les curseurs a et b avec les valeurs initiales $a = 0$ et $b = 4$.
10. Déterminer graphiquement l'aire sous la courbe de f entre a et b avec la commande
Aire = Intégrale(f, a, b).

D'après Géogébra, l'aire sous la courbe de f entre $a = 0$ et $b = 4$ est d'environ 13,53 unités d'aires.

11. Observer comment l'aire change lorsque vous modifiez les valeurs de a et b .

Lorsque vous augmentez b , l'aire sous la courbe de f entre a et b augmente, car vous incluez plus de la courbe. Inversement, lorsque vous augmentez a , l'aire diminue, car vous excluez une partie de la courbe.

12. Calculer l'aire sous la courbe de f entre $a = 0$ et $b = 4$ à l'aide de l'intégrale.

$$A = \int_a^b f(x) dx = \int_0^4 10 \cdot e^{-0,5x} dx = [-20 \cdot e^{-0,5x}]_0^4 = 20 \cdot (e^{-0,5 \times 4} - e^{-0,5 \times 0}) = 20 \cdot (1 - e^{-2}) = 13,53$$

L'aire calculée à l'aide de l'intégrale est d'environ 13,53 unités d'aires, ce qui correspond à la valeur obtenue graphiquement.

13. Déterminer la valeur moyenne μ de la fonction f sur l'intervalle $[a; b]$.

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{4-0} \cdot 13,53 = 3,38$$

La valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0; 4]$ est d'environ 3,38 volts.

14. Créer un rectangle d'équivalence avec les points $(a, 0)$, $(b, 0)$, (b, moy) et (a, moy) .
Utilisez l'outil Polygone pour le colorer.