

Nom:

Prénom:

Exercice 1 ►

Compréhension et Forme Algébrique : Soit un nombre complexe z défini par :

$$z = 3 - 4i$$

1. **Terminologie :** Identifiez la partie réelle $\text{Re}(z)$ et la partie imaginaire $\text{Im}(z)$: $\text{Re}(z) = 3$ et $\text{Im}(z) = -4$
2. **Conjugué :** Donnez l'écriture du nombre conjugué $\bar{z}$: $\bar{z} = 3 + 4i$
3. **Module :** Calculez le module $|z|$: $|z| = 5$
4. **Opposé :** Donnez l'abscisse du point P symétrique du point $M(z)$ par rapport à l'origine : $z_P = -3 + 4i$

Exercice 2 ►

Opérations et Puissances de i : Ecrire ces nombres complexes sous forme algébrique.

1. $i^2 = -1$
2. $i^3 = -i$
3. $(1+i)^2 = 2i$
4. $z = \frac{3-i}{4-3i} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

Exercice 3 ►

Résolution d'Équations : On souhaite résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation du second degré suivante :

$$4z^2 - 4z + 5 = 0$$

1. Calculez le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta = -64$
2. En déduire la nature des solutions (réelles ou complexes conjuguées)

$\Delta < 0$ donc les solutions sont complexes conjuguées.

3. Donnez les valeurs exactes des solutions z_1 et z_2 :

$$z_1 = \frac{4 - \sqrt{-64}}{8} = \frac{4 - 8i}{8} = \frac{1}{2} - i \quad z_2 = \frac{4 + \sqrt{-64}}{8} = \frac{4 + 8i}{8} = \frac{1}{2} + i$$

Exercice 4 ►

Formes Trigonométrique et Exponentielle : Soit le nombre complexe $z_A = -2 + 2i$.

1. Calculez le module $r = |z_A|$.

$$r = |z_A| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

2. Déterminez un argument θ en utilisant les formules $\cos \theta = \frac{a}{r}$ et $\sin \theta = \frac{b}{r}$.

$$\begin{aligned} r = |z_A| &= \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ \cos \theta &= \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} & \sin \theta &= \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \theta &= \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4} \end{aligned}$$

3. Écrivez z_A sous forme exponentielle ($re^{i\theta}$).

$$z_A = |z_A| \cdot e^{i\theta} = 2\sqrt{2} \cdot e^{\frac{5\pi}{4}i}$$

4. **Application Électronique :** Si une impédance complexe est $Z = 10 + 10i$, donnez sa forme exponentielle.

$$\begin{aligned} |Z| &= \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \\ \cos \theta &= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} & \sin \theta &= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \theta &= \frac{\pi}{4} \\ Z &= 10\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$