

Nom:

Prénom:

Note:

Contexte général

En télécommunications, le gain d'un amplificateur peut varier selon la tension de commande. On modélise le gain G (en décibels) en fonction de la tension x (en volts) sur l'intervalle $[1; 10]$ par : $f(x) = a \cdot \ln(x) + b \cdot x$

Partie A : Configuration de l'amplificateur

Avant d'étudier le signal, le technicien doit configurer l'amplificateur pour qu'il réponde à deux contraintes techniques :

- Pour une tension de référence ($x = 1$ V), le gain doit être exactement de 5 dB.
- Pour stabiliser le signal, le gain doit atteindre son minimum pour une tension de 4 V.

1. Exprimer les deux contraintes ci-dessus en termes d'équations impliquant les paramètres a et b .

2. Sur Géogébra, créer deux curseurs pour les paramètres a (allant de -50 à 0) et b (allant de 0 à 20).
3. Créer la fonction f définie sur $[1; 10]$ par $f(x) = a \cdot \ln(x) + b \cdot x$
4. En manipulant les curseurs, trouver les valeurs entières de a et b permettant de vérifier les deux contraintes citées plus haut.



Appeler le professeur pour expliquer votre démarche même si celle-ci est inaboutie.

Partie B : Étude de la fonction de Gain

Pour la suite, on admet que les paramètres sont fixés à $a = -20$ et $b = 5$. On a donc : $f(x) = -20 \cdot \ln(x) + 5x$

5. Calculer la valeur exacte de $f(1)$.

6. Calculer une valeur approchée à 10^{-2} de $f(10)$.

7. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est négative.

8. Calculer la dérivée $f'(x)$ sur l'intervalle $[1; 10]$.

9. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1; 10]$ et dresser le tableau de variations complet de f .

Partie C : Calcul de la Puissance Moyenne

10. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $[1; 10]$.

11. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_1^5 f(x) dx$.

12. Calculer la valeur moyenne G_m du gain sur l'intervalle $[1; 5]$ (arrondir au dixième).

Partie D : Contrôle qualité et probabilités conditionnelles

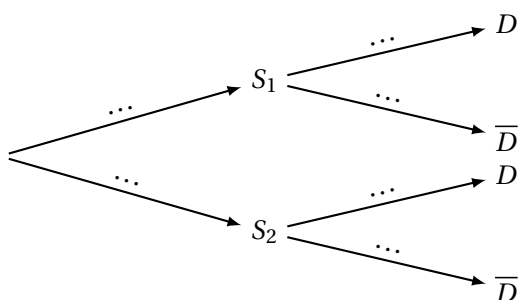
L'entreprise reçoit des puces d'amplification de deux fournisseurs différents. Chaque puce peut être défectueuse ou non.

- Fournisseur S_1 : fournit 60% du stock (avec un taux de défectueux de 3%).
- Fournisseur S_2 : fournit le reste du stock (40%) avec un taux de défectueux de 2%.

On tire une puce au hasard dans le stock global. Soient les événements :

- S_1 : « La puce provient du fournisseur S_1 »
- S_2 : « La puce provient du fournisseur S_2 »
- D : « La puce est défectueuse »

13. Construire un arbre pondéré modélisant cette situation.



14. Calculer la probabilité que la puce prélevée soit défectueuse.

15. La puce tirée est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle provienne du fournisseur S_1 . On arrondira le résultat à 10^{-3} .

Partie E : Fiabilité et seuil de confiance

On utilise des composants dont la probabilité de défaut est $p = 0,04$. On prélève un lot de n résistances.

16. Pour un lot de $n = 80$, on admet que le nombre de défauts suit une loi binomiale. Justifier les paramètres de cette loi.

17. Calculer la probabilité d'avoir au moins une résistance défectueuse $P(X \geq 1)$.

18. Le responsable veut que la probabilité d'avoir au moins un défaut dépasse 0,99. Trouver le nombre minimal de composants à tester pour que $P(X \geq 1) > 0,99$.



Appeler le professeur pour expliquer votre démarche
même si celle-ci est inaboutie.