Nom: | Prénom: | Note:

Exercice 1 ▶

Contexte:

Une entreprise de composants électroniques produit des transistors. Chaque transistor peut provenir de deux chaînes de production : la chaîne A et la chaîne B. On suppose que :

- 55% des transistors proviennent de la chaîne A
- 45% des transistors proviennent de la chaîne B

De plus, on constate que:

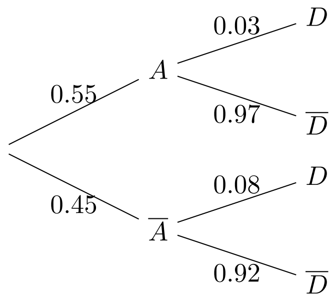
- Un transistor issu de la chaîne A a 3% de chance d'être défectueux
- Un transistor issu de la chaîne B a 8% de chance d'être défectueux

On notera :

- A : l'événement "le transistor provient de la chaîne A"
- $\overline{A}$: l'événement "le transistor provient de la chaîne B"
- D : l'événement "le transistor est défectueux"

PARTIE A – Probabilités conditionnelles

1. Compléter l'arbre des probabilités suivants avec les probabilités correspondantes.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un transistor provenant de la chaîne A et défectueux.



$P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0.55 \times 0.03 = 0.0165$

3. Montrer que la probabilité qu'un transistor soit défectueux est de 0.0525

$P(D) = P(A \cap D) + P(\overline{A} \cap D) = P(A) \times P_A(D) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(D) = 0.55 \times 0.03 + 0.45 \times 0.08 = 0.0165 + 0.036 = 0.0525$

4. Calculer la probabilité qu'un transistor provienne de la chaîne B sachant qu'il est défectueux.

$P_D(B) = \frac{P(\overline{A} \cap D)}{P(D)} = \frac{0.45 \times 0.08}{0.0525} \approx 0.6857$

PARTIE B – Loi binomiale

On vérifie la qualité des transistors en prélevant des lots de 200 transistors. On admet que la probabilité qu'un transistor soit défectueux est de 0.053. On suppose que le fait qu'un transistor soit défectueux est indépendant des autres.
On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de transistors défectueux dans un lot de 200 transistors.

5. Montrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

- Choisir un transistor est une expérience aléatoire à deux issues:
-
  - S: Succès: le transistor est défectueux, avec une probabilité de 0.053
  - $\overline{S}$: Échec: le transistor est conforme, avec une probabilité de 0.
- Cette expérience aléatoire est répétée 200 fois de manière indépendante.
- La variable aléatoire X compte le nombre de succès (transistors défectueux) dans ces 200 répétitions.
- Par conséquent, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0.053$.

6. Déterminer la valeur de l'espérance de X et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

$E(X) = n \times p = 200 \times 0.053 = 10.6$
Interprétation: En moyenne, on s'attend à trouver environ 10.6 transistors défectueux dans un lot de 200 transistors.

7. Déterminer la probabilité d'obtenir au maximum 15 transistors défectueux dans un lot de 200 transistors. (à 10^{-4} près)

En utilisant une calculatrice ou un logiciel de calcul de probabilités binomiales, on trouve que $P(X \leq 15) \approx 0.9326$ (à 10^{-4} près).

8. Déterminer la probabilité d'obtenir entre 10 et 20 transistors défectueux (inclus) dans un lot de 200 transistors. (à 10^{-4} près)

En utilisant une calculatrice ou un logiciel de calcul de probabilités binomiales, on trouve que
$P(10 \leq X \leq 20) \approx 0.6173$ (à 10^{-4} près).

PARTIE C – On suppose maintenant qu'on fabrique une série de n transistors.

9. Exprimer en fonction de n la probabilité que tous les transistors de la série soient conformes (non défectueux).

$P_{tous\,conformes} = (1 - 0.053)^n = 0.947^n$

10. En déduire le nombre minimum de transistors qu'il faut fabriquer pour que la probabilité d'avoir au moins un transistor défectueux soit supérieure à 0.9.

$P(X >= 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.947^n$
$n_{minimum} = 43$

```
Appeler le professeur pour expliquer votre démarche
même si celle-ci est inaboutie.
```