BTS 1ère Année Spécialité CIEL	Lycée Victor Hugo – COLOMIERS CCF Mathématiques. Epreuve E3 – Sous épreuve U31	Lundi 13 avril 2026 Durée 55 min

Nom:

Prénom:

Un ordinateur doté d'un tableur et du logiciel Géogébra est mis à la disposition du candidat qui pourra également se servir de sa calculette scientifique.

Aucun document n'est autorisé.

L'usage du téléphone est interdit.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4 et est constitué de 3 parties indépendantes ainsi que de deux appels professeur.

Évaluation des compétences .... / 10

Compétences évaluées	**Questions**	**Notes**
S'informer : Rechercher, extraire et organiser l'information.	Q1, Q6, Q11, Q17	...... / 1
Chercher : Proposer une méthode, expérimenter, tester.	Q2, Q3, Q9, Q10, Q15	...... / 2
Modéliser : Traduire un problème en langage mathématique.	Q1, Q3, Q6, Q9, Q12	...... / 1
Raisonner : Déduire, induire, justifier ou démontrer.	Q4, Q6, Q7, Q14	...... / 2
Calculer : Calculer, illustrer, programmer, mettre en œuvre.	Q2, Q5, Q8, Q13, Q16	...... / 2
Communiquer : Rendre compte d'une démarche à l'oral ou à l'écrit.	Q1, Q10, Q11, Q13	...... / 2

Dans ce sujet, vous arrondirez toutes les valeurs à 10^{-4} si nécessaire.

PARTIE A – Etude d'une batterie de secours (Fonctions)

Lors d'une coupure de courant, la capacité restante $f(t)$ (en Wh) d'une batterie de secours en fonction du temps t (en heures) est modélisée par :

$\boxed{f(t) = (at+b)\mathrm{e}^{-t}}$ $f(t)$ représente la capacité restante en Wh après t heures. a et b sont des constantes réelles.

On constate que :

- Au début de la coupure de courant, la capacité de la batterie de secours est de $\boxed{120 \text{ Wh}}$.
- La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 coupe l'axe des abscisses au point $\boxed{(1.2\,;0)}$.

1. En utilisant les informations données dans l'énoncé, déterminer à l'aide de Géogébra les valeurs de a et b.

```
Appeler le professeur pour expliquer votre démarche
même si celle-ci est inaboutie.
```

Dans la suite de l'exercice, on considère que $\boxed{f(t) = 20(t+6)\mathrm{e}^{-t}}$ et que la fonction dérivée de f est de la forme $\boxed{f'(t) = -20(t+5)\mathrm{e}^{-t}}$.

2. Etudier les variations de f sur $[0;+\infty]$.

3. On considère que la situation est critique lorsque la capacité de la batterie de secours est inférieure à $\boxed{20 \text{ Wh}}$. Déterminer à l'aide de Géogébra à partir de combien d'heures (arrondi à 10^{-4}) la situation devient critique.

On suppose qu'une primitive de f est donnée par $\boxed{F(t) = -20(t+7)\mathrm{e}^{-t}}$

4. Quelle formule permettrait de calculer la capacité moyenne de la batterie de secours sur l'intervalle $[0;5]$?

☐ $\frac{1}{5}\big(F(0)-F(5)\big)$ ☐ $\frac{1}{5}\big(F(5)-F(0)\big)$ ☐ $\frac{1}{5}\big(f(5)-f(0)\big)$ ☐ $\frac{1}{5}\big(f(0)-f(5)\big)$

5. Calculer alors la capacité moyenne de la batterie de secours sur $[0;5]$ arrondi à 10^{-2} près.

PARTIE B – Approximation numérique et suites

On désire approximer la capacité de la batterie de secours à l'aide d'une suite numérique.

On note u_n l'énergie restante (en Wh) après n minutes. On suppose que $\boxed{u_0 = 120 \text{ Wh}}$ et que chaque minute, la batterie perd $\boxed{1{,}7\%}$ de l'énergie qu'il lui reste.

6. Justifier que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence $\boxed{u_{n+1} = 0{,}983 \cdot u_n}$.

7. Déterminer la nature de la suite (u_n). Donner son premier terme et sa raison.

8. Exprimer u_n en fonction de n.

9. Compléter le script suivant qui détermine après combien de minutes l'énergie sera inférieure à $\boxed{100 \text{ Wh}}$.

Algorithme de recherche de seuil

```
n ← 0
u ← 120
tant que ..........:
      u ← ..........
      n ← ..........
afficher (n)
```

10. A l'aide de Géogébra, déterminer après combien de minutes l'énergie sera inférieure à $\boxed{100 \text{ Wh}}$.

Appeler le professeur pour expliquer votre démarche
même si celle-ci est inaboutie.

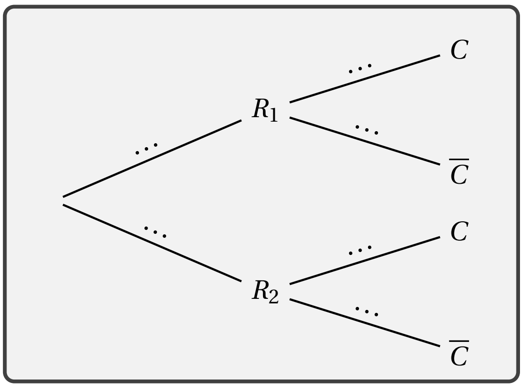
PARTIE C – Analyse de trafic et erreurs de trames

On constate que

- 80% des trames proviennent du Réseau 1.
- 20% des trames proviennent du Réseau 2.
- La probabilité qu'une trame du réseau 1 soit corrompue est de 0,02.
- La probabilité qu'une trame du réseau 2 soit corrompue est de 0,05.

On considère une trame au hasard reçue par le serveur et on note :

- C l'événement « la trame est corrompue ».
- R_1 l'événement « la trame provient du Réseau 1 ».
- R_2 l'événement « la trame provient du Réseau 2 ».



11. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
12. Calculer la probabilité que la trame soit corrompue et provienne du Réseau 2.
13. Calculer $P(C)$ et donner une interprétation à cette valeur dans le contexte de l'énoncé.
14. Sachant que la trame est corrompue, calculer la probabilité qu'elle provienne du Réseau 2.

Le serveur reçoit un paquet de 50 trames. On considère que les trames sont indépendantes et que la probabilité qu'une trame soit corrompue est de 0,026. On note X le nombre de trames corrompues parmi les 50 trames reçues. On suppose que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}026$.

15. Déterminer la probabilité d'avoir au moins 3 trames corrompues dans ce lot.
16. Par le calcul, déterminer la probabilité qu'aucune trame ne soit corrompue dans ce lot.
17. De manière générale, exprimer en fonction de n la probabilité d'avoir au moins une trame corrompue dans un lot de n trames. En déduire le nombre minimum de trames à prélever pour que la probabilité d'en avoir au moins une soit supérieure à 20%.