

Annexe I Programme de mathématiques

Pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur, le programme de mathématiques comporte, d'une part un exposé des objectifs, d'autre part des modules de programmes choisis dans la liste ci-jointe en fonction des besoins spécifiques de la section considérée. Ces modules, qui s'appuient sur les programmes du lycée, sont conçus de façon à favoriser l'accueil de tous les bacheliers, en particulier des bacheliers professionnels et technologiques.

I - Lignes directrices

1. Objectifs généraux

L'enseignement des mathématiques doit fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques.

Il doit aussi contribuer au développement de la formation scientifique, grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus au regard du problème posé.

Il doit enfin contribuer au développement des capacités personnelles et relationnelles : acquisition de méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression écrite et orale ainsi que des méthodes de représentation (graphiques, schémas, croquis à main levée, organisation de données statistiques, etc.), avec ou sans intervention des outils informatiques. Les moyens de documentation, qui contribuent à un développement des capacités d'autonomie, sont à faire utiliser (documents écrits réalisés par les enseignants, livres, revues, tables, formulaires, supports informatiques de toute nature, internet, etc.).

Ces trois objectifs permettent de déterminer pour un technicien supérieur les capacités et compétences mises en jeu en mathématiques.

On a veillé à articuler l'impératif d'une formation axée sur l'entrée dans la vie professionnelle et le développement des capacités d'adaptation à l'évolution scientifique et technique, permettant la poursuite éventuelle d'études.

2. Objectifs spécifiques à la section

Pour chaque spécialité, les objectifs spécifiques, qui déterminent les champs de problèmes qu'un technicien supérieur doit être capable de résoudre sont précisés par le règlement du BTS considéré.

3. Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs généraux et spécifiques que l'enseignement des mathématiques est conçu pour chaque spécialité de brevet de technicien supérieur ; il peut s'organiser autour :

- de quelques pôles significatifs de la spécialité, précisés par le règlement du BTS considéré ;
- pour l'ensemble du programme, d'une valorisation des aspects numériques et graphiques, d'une initiation à quelques méthodes élémentaires de l'analyse numérique et de l'utilisation pour tout cela des moyens informatiques appropriés (calculatrice, ordinateur).

4. Présentation du texte du programme

Pour chaque spécialité de BTS, le programme est constitué de plusieurs modules, chacun comportant deux parties : un bandeau et un texte présenté sous forme d'un tableau en trois colonnes.

Généralement, le bandeau précise les objectifs essentiels du module et délimite le cadre du texte du tableau.

Dans la première colonne du tableau figurent les contenus : il s'agit de l'énoncé des notions et résultats de base que l'étudiant doit connaître et savoir utiliser.

La deuxième colonne est celle des capacités attendues : elle liste ce que l'étudiant doit savoir faire, sous forme de verbes d'action, de façon à faciliter l'évaluation ; il peut s'agir d'appliquer des techniques classiques et bien délimitées, d'exploiter des méthodes s'appliquant à un champ de problèmes, ou d'utiliser des outils logiciels.

La troisième colonne contient des commentaires précisant le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme ; pour éviter toute ambiguïté sur celles-ci, il est indiqué que certains éléments ou certaines notions sont « hors programme » (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou qu'à leur sujet « aucune difficulté théorique ne sera soulevée ». La mention « admis » signifie que la démonstration du résultat visé est en dehors des objectifs du programme. Pour limiter un niveau d'approfondissement, il peut être indiqué en commentaire, dans la colonne de droite, que « tout excès de technicité est exclu » ou que des « indications doivent être fournies » aux étudiants, ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples ».

Le symbole \rightleftharpoons introduit des thèmes d'ouverture interdisciplinaire où le programme de mathématiques peut interagir avec les enseignements scientifiques, technologiques ou professionnels. Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;

- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

5. Organisation des études

L'horaire de mathématiques pour chacune des deux années de la formation considérée est indiqué par le règlement du BTS considéré.

Les étudiants ont acquis dans les classes antérieures un bagage qu'on aura soin d'exploiter en tenant compte de la diversité des parcours scolaires. Il importe en particulier de prévoir en début d'année un accompagnement des bacheliers professionnels de façon à faciliter la transition vers les études supérieures.

Dans la continuité des programmes du lycée, la résolution de problème doit être mise au cœur de l'activité mathématique des étudiants.

Le professeur dispose en général de séances de travaux dirigés nécessaires pour affermir les connaissances des élèves par un entraînement méthodique et réfléchi à la faveur d'activités de synthèse disciplinaires et interdisciplinaires.

Réguliers et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des étudiants et sont absolument essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs acquis.

Le cours proprement dit doit être bref. Une part très importante du temps de travail doit être consacrée à la mise en activité des étudiants, sous forme de travaux dirigés ou pratiques, mettant en œuvre les contenus du programme.

Le professeur de mathématiques pourra admettre certains résultats ; il s'attachera avant tout à faire acquérir aux élèves un noyau de connaissances solides, en particulier celles qui sont directement utilisées dans les autres enseignements scientifiques, techniques et professionnelles, ainsi qu'à développer la capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes issus de secteurs variés des mathématiques et des autres disciplines.

6. Place des outils logiciels

Les outils logiciels fournissent un ensemble de ressources particulièrement utiles pour l'enseignement des mathématiques en sections de techniciens supérieurs, où ils peuvent intervenir de façon très efficace dans la réalisation des objectifs de cet enseignement :

- en fournissant rapidement des résultats, dans les domaines du calcul (y compris à l'aide d'un logiciel de calcul formel), des représentations graphiques et pour les applications à d'autres disciplines ;
- en contribuant par leur intervention au développement de la formation scientifique, à différents moments de la démarche mathématique, lors de la résolution de certains problèmes, de la reconnaissance de l'adéquation de modèles avec les observations ou de la réalisation d'une synthèse sur certains concepts ;
- en favorisant le développement des capacités personnelles et relationnelles, notamment la maîtrise des moyens d'expression écrite et des méthodes de représentation, ainsi que l'autonomie dans la recherche documentaire intégrant l'usage d'internet.

Pour l'ensemble des spécialités de brevet de technicien supérieur, le travail effectué soit à l'aide de la calculatrice programmable à écran graphique de chaque étudiant, soit sur un ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de logiciels de géométrie ou de logiciels d'application (modélisation, simulation, etc.) permet de centrer l'activité mathématique sur l'essentiel : identifier un problème, expérimenter sur des exemples, conjecturer un résultat, bâtir une argumentation, mettre en forme une démonstration, contrôler les résultats obtenus et analyser leur pertinence en fonction du problème posé.

De plus, pour les spécialités où l'informatique joue un rôle particulièrement important, une approche de quelques modèles mathématiques intervenant dans la conception et l'utilisation de ces technologies est de nature à favoriser l'unité de la formation.

Ces apports des outils logiciels doivent s'intégrer dans la mise en œuvre des textes définissant le programme de mathématiques, en veillant à distinguer les objectifs de formation et les exigences lors des évaluations.

7. Articulation avec les épreuves du BTS

En ce qui concerne les épreuves du BTS, il est précisé que les étudiants doivent connaître l'énoncé et la portée des résultats figurant au programme, mais que la démonstration de ces résultats n'est pas exigible. En outre, pour les rubriques du programme figurant sous la forme « Exemples de », seule la mise en œuvre des méthodes explicites dans l'énoncé de l'épreuve est exigible et aucune connaissance spécifique préalable n'est requise.

L'emploi des calculatrices est défini par la réglementation en vigueur spécifique aux examens et concours relevant du ministère de l'éducation nationale. Dans ce cadre, les étudiants doivent savoir utiliser une calculatrice programmable à écran graphique dans les situations liées au programme de la spécialité considérée. Cet emploi combine les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

- savoir effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres et savoir comparer des nombres ;
- savoir utiliser les touches des fonctions et lois de probabilités qui figurent au programme de la spécialité considérée et savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- savoir afficher à l'écran la courbe représentative d'une fonction ;

- savoir programmer une séquence, une instruction conditionnelle ou itérative comportant éventuellement un test d'arrêt.

L'usage des calculatrices, y compris celles possédant un logiciel de calcul formel, d'autres moyens de calcul (tables numériques, abaques, etc.), des instruments de dessin est autorisé aux épreuves de mathématiques du BTS, dans le cadre de la réglementation en vigueur pour les examens et concours de l'éducation nationale ; ce point doit être précisé en tête des sujets.

II Programme

Modules d'analyse

- Suites numériques
- Fonctions d'une variable réelle
- Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal
- Calcul intégral
- Équations différentielles
- Séries de Fourier
- Transformation de Laplace
- Transformation en z

Modules de statistique et probabilités

- Statistique descriptive
- Probabilités 1
- Probabilités 2

- Statistique inférentielle
- Fiabilité
- Plans d'expérience

Modules d'algèbre et géométrie

- Configurations géométriques
- Calcul vectoriel
- Représentations de l'espace
- Modélisation géométrique
- Nombres complexes
- Calcul matriciel
- Arithmétique
- Algèbres de Boole
- Éléments de la théorie des ensembles
- Graphes et ordonnancement
- Algorithmique appliquée

Les modules de mathématiques en sections de techniciens supérieurs

Suites numériques

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes discrets, et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos. Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Mode de génération d'une suite et comportement global</p> <p>Exemples de génération d'une suite.</p> <p>Suites croissantes, suites décroissantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer une liste de termes ou un terme de rang donné d'une suite à l'aide d'un logiciel, d'une calculatrice ou d'un algorithme. • Réaliser et exploiter, à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, une représentation graphique des termes d'une suite. 	<p>On privilégie les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie pouvant être modélisées à l'aide de suites.</p> <p>On se limite à une approche graphique.</p>
<p>Suites arithmétiques et géométriques</p> <p>Expression du terme général.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. • Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de n termes consécutifs (ou des n premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique. 	<p>Une expression de la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.</p>
<p>Limite d'une suite</p> <p>Limite d'une suite géométrique</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Étant donné une suite géométrique (u_n), utiliser un tableur ou un algorithme pour déterminer, lorsque cela est possible : <ul style="list-style-type: none"> – un seuil à partir duquel $u_n \geq a$, a étant un réel donné ; – un seuil à partir duquel $u_n \leq 10^{-p}$, p étant un entier naturel donné. 	<p>On approche expérimentalement la notion de limite en utilisant les outils logiciels et en programmant des algorithmes.</p> <p>Selon les besoins, on peut résoudre un problème de comparaison d'évolutions et de seuils pour des situations ne relevant pas d'une modélisation par une suite géométrique.</p>

Fonctions d'une variable réelle

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de \mathbf{R} , qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Fonctions de référence</p> <p>Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction. 	<p>En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles.</p> <p>En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la fonction logarithme décimal ; - des cas particuliers de fonctions puissances $t \mapsto t^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ ou exponentielles de base a avec $a \in]0, +\infty[$.
<p>Dérivation</p> <p>Dérivée des fonctions de référence.</p> <p>Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.</p> <p>Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer la dérivée d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Étudier les variations d'une fonction simple. 	<p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter le tableau de variation d'une fonction f pour obtenir : <ul style="list-style-type: none"> - un éventuel extremum de f ; - le signe de f ; - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$. • Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine. 	<p>Les solutions d'une équation du type $f(x) = k$ sont déterminées :</p> <ul style="list-style-type: none"> - explicitement dans les cas simples ; - de façon approchée sinon. <p>On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.</p>

<p>Limites de fonctions</p> <p>Asymptotes parallèles aux axes : - limite finie d'une fonction à l'infini ; - limite infinie d'une fonction en un point.</p> <p>Limite infinie d'une fonction à l'infini.</p> <p>Limites et opérations.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter une représentation graphique en termes de limite. • Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. <ul style="list-style-type: none"> • Déterminer la limite d'une fonction simple. • Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$, n entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$. 	<p>La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants.</p> <p>Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre.</p> <p>On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.</p>
---	--	---

Fonctions d'une variable réelle et modélisation du signal

Le module « fonction d'une variable réelle et traitement du signal » vient en complément du module « fonctions d'une variable réelle » dont les objectifs restent valables. Il convient donc d'articuler les contenus de ces deux modules.

Ce module est à traiter en relation étroite avec les situations rencontrées dans les enseignements technologiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Fonctions de référence</p> <p>Fonctions tangente et arctangente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter une fonction de référence. 	
<p>Compléments sur les fonctions</p> <p>Fonction paire, fonction impaire, fonction périodique : – définition ; – interprétation graphique.</p> <p>Calculs de dérivées : – dérivée de $x \mapsto \tan x$ et $x \mapsto \arctan x$; – dérivée de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels ; – dérivée d'une fonction de la forme $x \mapsto \arctan(u(x))$.</p> <p>Fonctions rationnelles : décomposition en éléments simples.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter la représentation graphique d'une fonction pour en déterminer des propriétés de périodicité et parité. • Représenter graphiquement une fonction simple ayant des propriétés de parité ou de périodicité. • Étudier les variations d'une fonction simple. • Déterminer la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. 	<p>Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions de la forme $x \mapsto f(ax+b)$ et aux fonctions qui se déduisent de façon simple des fonctions de référence par opérations algébriques.</p> <p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>On étudie les limites d'une fonction de la forme $x \mapsto \arctan(u(x))$ sur des exemples.</p> <p>Aucun résultat théorique sur la décomposition en éléments simples n'est au programme : la forme de la décomposition doit être indiquée. On prépare ainsi la recherche d'originaux dans le cadre de la transformation de Laplace.</p>

Calcul intégral

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de \mathbf{R} . La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Primitives</p> <p>Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques.</p> <p>Complément : primitives de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer des primitives d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer les primitives d'une fonction de la forme $u' u^n$ (n entier relatif, différent de -1), $\frac{u'}{u}$ et $u' e^u$. 	<p>Pour les primitives de $\frac{u'}{u}$, on se limite au cas où u est strictement positive.</p>
<p>Intégration</p> <p>Calcul intégral : $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité.</p> <p>Calcul d'aires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer une intégrale : <ul style="list-style-type: none"> - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer l'aire du domaine défini par : $\{M(x, y), a \leq x \leq b \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}$ où f et g sont deux fonctions telles que pour tout réel x de $[a, b]$, $f(x) \leq g(x)$. 	<p>On étudie le cas où f (resp. g) est la fonction nulle.</p> <p>On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).</p>
<p>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle. 	<p>Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles.</p> <p>↔ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d'inertie, moment d'inertie.</p>

Équations différentielles

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.

L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :

- de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;
- de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;
- de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.

Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

On introduit les nombres complexes et les résolutions d'équations du second degré à coefficients réels pour disposer de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Équations linéaires du premier ordre</p> <p>Équation différentielle $ay'+by = c(t)$ où a, b sont des constantes réelles et c une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. • Résoudre une équation différentielle du premier ordre : <ul style="list-style-type: none"> – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée : <ul style="list-style-type: none"> – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. 	<p>En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle.</p> <p>On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.</p> <p>Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.</p> <p>En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimique, mais ce n'est pas un attendu du programme.</p> <p>⇔ Loi de refroidissement, cinétique chimique.</p>

Transformation en z

Dans ce module, on se propose de familiariser les étudiants aux phénomènes discrets par la présentation de quelques signaux discrets et de leur transformation en z, en se limitant à des signaux causaux. Cette présentation sera complétée par l'étude de la réponse à des signaux discrets, de filtres numériques régis par une équation aux différences linéaires à coefficients constants. Le travail mené permet en particulier de s'interroger sur le passage du discret au continu et inversement, variant ainsi les approches des problèmes et les modes de résolution.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Transformation en z</p> <p>Notion de série entière d'une variable réelle. Développement en série entière des fonctions $t \mapsto e^t$ et</p> $t \mapsto \frac{1}{1-t}.$		<p>L'étude de ces deux exemples a pour objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de familiariser les étudiants avec les « sommes infinies » de fonctions et la notation Σ ; - d'introduire la notion de rayon de convergence et de somme d'une série entière. <p>Toute théorie générale sur les séries entières est exclue.</p> <p>L'outil informatique est utilisé pour visualiser la convergence des sommes partielles. Les résultats mis en évidence sont admis.</p> <p>L'introduction des séries entières a pour seul but la présentation des résultats utiles à l'étude de la transformation en z.</p>
<p>Transformée en z d'un signal causal.</p> <p>Transformée en z des signaux causaux usuels.</p>		<p>On se limite aux signaux usuels suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> $n \mapsto 1$; $n \mapsto d(n)$ où $d(0) = 1$ et $d(n) = 0$ sinon ; $n \mapsto n$; $n \mapsto n^2$; $n \mapsto a^n$ avec a réel non nul.
<p>Propriétés de la transformation en z :</p> <ul style="list-style-type: none"> - linéarité ; - effet de la multiplication par a^n avec a réel non nul ; - effet d'une translation sur la variable. 	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer la transformée en z d'un signal causal à partir des signaux causaux usuels. 	<p>On évite tout excès de technicité dans les calculs. Dans le cadre de la résolution de problèmes, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel.</p>
<p>Équations récurrentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer le signal causal (original) dont la transformée en z est donnée. • Exploiter la transformation en z pour la résolution d'équations récurrentes. 	<p>Dans la recherche de l'original, pour obtenir la décomposition en éléments simples, on donne des indications sur la méthode à utiliser ou si nécessaire, on utilise un logiciel de calcul formel.</p> <p>On résout des équations de la forme :</p> $ay(n) + by(n-1) + cy(n-2) = \alpha x(n) + \beta x(n-1)$ <p>ou</p> $ay(n+2) + by(n+1) + cy(n) = \alpha x(n+1) + \beta x(n)$ <p>où a, b, c, α, β sont des nombres réels, x un signal causal discret connu et y est un signal causal discret inconnu.</p> <p>En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on montre sur un exemple simple comment une de ces équations s'interprète en termes de « dérivation discrète » ou d'« intégration discrète ».</p> <p>⇔ Traitement numérique obtenu par échantillonnage d'un signal analogique.</p>

Statistique descriptive

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attache, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier cet enseignement à celui de l'économie et de la gestion.

L'objectif est de faire réfléchir sur des données réelles, variées et en grand nombre, issues par exemple des disciplines professionnelles ou de fichiers mis à disposition sur des sites institutionnels, de synthétiser l'information et de proposer des résumés numériques ou graphiques pertinents. L'utilisation de logiciels, notamment d'un tableur, et des calculatrices est nécessaire.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Série statistique à une variable</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour résumer et représenter des séries statistiques à une variable. • Interpréter les résultats obtenus pour une série statistique ou pour comparer deux séries statistiques. • Choisir des résumés numériques ou graphiques adaptés à une problématique. 	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée :</p> <ul style="list-style-type: none"> – méthodes de représentation ; – caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; – caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type). <p>Aucun cours spécifique n'est donc attendu.</p> <p>L'utilisation des outils logiciels permet de faire réfléchir les étudiants à la pertinence de regroupements par classes lors du traitement statistique.</p>
<p>Série statistique à deux variables</p> <p>Nuage de points ; point moyen.</p> <p>Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour représenter une série statistique à deux variables et en déterminer un ajustement affine selon la méthode des moindres carrés. • Réaliser un ajustement se ramenant, par un changement de variable simple donné, à un ajustement affine. • Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler. 	<p>Pour l'ajustement affine, on distingue liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet.</p> <p>Pour la méthode des moindres carrés, on observe, à l'aide d'un logiciel, le caractère minimal de la somme des carrés des écarts.</p> <p>On fait observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant l'utilisation de l'ajustement, à privilégier l'une des deux droites.</p>
<p>Coefficient de corrélation linéaire.</p>		<p>On utilise le coefficient de corrélation linéaire, obtenu à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice, pour comparer la qualité de deux ajustements.</p> <p>↔ Contrôle qualité, mesures physiques sur un système réel, droite de Henry, étude économique ou mercatique.</p>

Probabilités 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. • Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers. 	<p>On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.</p> <p>Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve.</p> <p>La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.</p> <p>⇔ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.</p>
<p>Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Simuler un schéma de Bernoulli. • Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. • Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel. 	<p>Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire.</p> <p>On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.</p>
<p>Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. 	<p>Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.</p>

Exemples de lois à densité		
<p>Loi uniforme sur $[a, b]$.</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi uniforme.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. 	<p>Toute théorie générale des lois à densité est exclue.</p> <p>Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition.</p> <p>La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète.</p>
<p>Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. • Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$, $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. 	<p>Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue.</p> <p>La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme.</p> <p>L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines.</p> <p>On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$.</p> <p>⇔ Maîtrise statistique des processus.</p>
<p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée. 	<p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique.</p> <p>Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles.</p> <p>Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.</p>
<p>Espérance et variance des lois de $aX + b$, $X + Y$, $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Savoir déterminer les paramètres des lois de $aX + b$, $X + Y$ et $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. 	<p>Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue.</p> <p>Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.</p>

Nombres complexes

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place dans les classes de lycée. Les objectifs sont de mettre en œuvre et de compléter ces acquis, d'une part pour fournir des outils qui sont utilisés en électricité, en mécanique et en automatique, d'autre part pour mettre en évidence les interprétations géométriques et les interventions des nombres complexes en analyse : représentations géométriques associées, résolutions d'équations différentielles.

Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Forme algébrique et représentation géométrique</p> <p>Nombres $a + ib$ avec $i^2 = -1$. Égalité, conjugué, somme, produit, quotient.</p> <p>Équations du second degré à coefficients réels.</p> <p>Représentation géométrique.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes, notamment à l'aide d'une calculatrice. • Résoudre une équation du second degré à coefficients réels. • Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur. • Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée. 	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée.</p> <p>Dans les situations issues des enseignements technologiques, on emploie la notation $a + jb$.</p>
<p>Forme trigonométrique, forme exponentielle</p> <p>Module d'un nombre complexe, arguments d'un nombre complexe non nul.</p> <p>Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un nombre complexe.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe z vérifie $z - a = k$ ou $\arg(z - a) = k$, où a désigne un nombre complexe et k un nombre réel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Passer de la forme trigonométrique à la forme algébrique et inversement. • Utiliser la forme la plus adaptée à la résolution d'un problème. • Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe z vérifie $z - a = k$ ou $\arg(z - a) = k$. 	<p>Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.</p> <p>On favorise l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique.</p>

Calcul matriciel

Ce module consiste en une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de phénomènes issus de la vie courante ou d'exemples concrets. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes.

On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
<p>Matrices</p> <p>Égalité de deux matrices. Matrice nulle, matrice identité.</p> <p>Calcul matriciel élémentaire : - addition ; - multiplication par un nombre réel ; - multiplication.</p> <p>Inverse d'une matrice</p> <p>Définition, existence éventuelle, unicité en cas d'existence.</p> <p>Commutativité d'une matrice inversible et de son inverse.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Effectuer des calculs matriciels à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, y compris le calcul d'une puissance d'une matrice. • Représenter puis traiter une situation simple à l'aide d'une écriture matricielle. • Montrer qu'une matrice est l'inverse d'une autre. • Déterminer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel l'inverse d'une matrice inversible. • Résoudre un système linéaire de n équations à n inconnues à l'aide d'une inversion de matrice. 	<p>Une matrice est introduite comme un tableau de nombres réels permettant de représenter une situation comportant plusieurs « entrées » et « sorties ».</p> <p>Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu. On signale le caractère associatif mais non commutatif de la multiplication.</p> <p>On peut notamment étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites de matrices.</p> <p>La notion de déterminant n'est pas au programme. Aucune condition d'inversibilité d'une matrice n'est à connaître.</p> <p>On ne considère que le cas où le système est de Cramer, sans qu'aucune justification ne soit requise.</p> <p>⇔ Gestion d'un réseau, matrice d'inertie et changement de base en mécanique, processus aléatoires.</p>